Modellbildung mechatronischer Systeme (MMS)

Mechatronische Wandler

Plattenkondensator

Annahmen

Bei der Berechnung des Plattenkondensators als mechatronischer Wandler gelten die folgenden Voraussetzungen:

- konstante Plattenfläche A
- Luft (Gas) als Dielektrikum, kein Festkörper
- homogenes elektrisches Feld

Eingangsparameter / physikalische Größen

Plattenfläche	A	als konstant angenommen
Plattenabstand	l	als variabel angenommen
rel. Permittivität des Dielektrikum	ε_r	
Permittivität des Vakuums	ε_0	
Permittivität	$\varepsilon = \varepsilon_r \cdot \varepsilon_0$	
elektrische Spannung	U	
Kraft zwischen den Platten	F	

Grundlagen

Differential	$dE = U \cdot dQ_{el} + F \cdot dl$	
Energie	$E\left(Q_{el}, l\right)$	$E\left(q_1, q_2\right)$
Co-Energie	$E_{Co}\left(U, F\right)$	$E_{Co}\left(i_1, i_2\right)$
Mischenergie I	$E_{M1}\left(U, l\right)$	$E_{M1}\left(i_1, q_2\right)$
Mischenergie II	$E_{M2}\left(l, U\right)$	$E_{M2}\left(q_2, i_1\right)$
Mischenergie III	$E_{M3}\left(Q_{el}, F\right)$	$E_{M3}\left(q_1, i_2\right)$
Mischenergie IV	$E_{M4}\left(F, Q_{el}\right)$	$E_{M4}\left(i_2, q_1\right)$

1. Berechnungen über Mischenergie I

lineare Kapazität	$C_{el} = \frac{\varepsilon \cdot A}{l}$
Mischenergie im Kondensator	$E_{M1}(U,l) = \frac{C_{el}}{2} \cdot U^2 = \frac{A \cdot U^2 \cdot \varepsilon}{2 \cdot l}$

1.1 Hauptgleichungen (1. Ableitungen)

1. Ableitung der Mischenergie nach U (Co-Energieanteil)	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}U} E_{M1}(U,l) = \frac{A \cdot U \cdot \varepsilon}{l} = Q_{el}$
ergibt die extensive Größe X	$X = Q_{el}$
1. Ableitung der Mischenergie nach l (Energieanteil)	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}l} E_{M1}(U,l) = \frac{-(A \cdot U^2 \cdot \varepsilon)}{2 \cdot l^2}$
Eine positive Ladung ergibt negative Kraft an der negativen Ladung	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}l} E_{M1}(U,l) = F(Q_{el}, l)$
ergibt die intensive Größe I_X	$I_X = F$
vollständiges Differential	$dE = U \cdot dQ_{el} + F \cdot dl$

1.2 Suszeptibilitäten (2. Ableitungen)

Hauptwerte und Suszeptibilitäten

zweite Ableitung der Mischenergie nach U (HW 1)	$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}U^2} E_{M1}(U,l) = (\chi_{QU})_l = \frac{A \cdot \varepsilon}{l} = C_{el}$
Suszeptibilität 1	$(\chi_{QU})_l = C_{el}$
zweite Ableitung der Mischenergie nach l (HW 2)	$\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}l^2} E_{M1}(U,l) = \frac{1}{\chi_{lF}} = 0$
Suszeptibilität 2	$\chi_{lF} = \infty$

Koppelfaktoren

zweite gemischte Ableitung
$$\frac{d}{dU}\left(\frac{d}{dl}E_{M1}(U,l)\right)$$

Schritt 1 - Ableitung nach l
$$\frac{d}{dl}E_{M1}(U,l)=\frac{-\left(A\cdot U^2\cdot\varepsilon\right)}{2\cdot l^2}$$

Schritt 2 - Ableitung nach U
$$\frac{d}{dU}\left(\frac{-\left(A\cdot U^2\cdot\varepsilon\right)}{2\cdot l^2}\right)=-\frac{A\cdot U\cdot\varepsilon}{l^2}$$

$$-\frac{A\cdot U\cdot\varepsilon}{l^2}=-C_{el}\cdot\frac{U}{l}=-C_{el}\cdot E$$

Koppelfaktor K21=G21
$$\left(K_{21}\right)_l=-C_{el}\cdot E$$

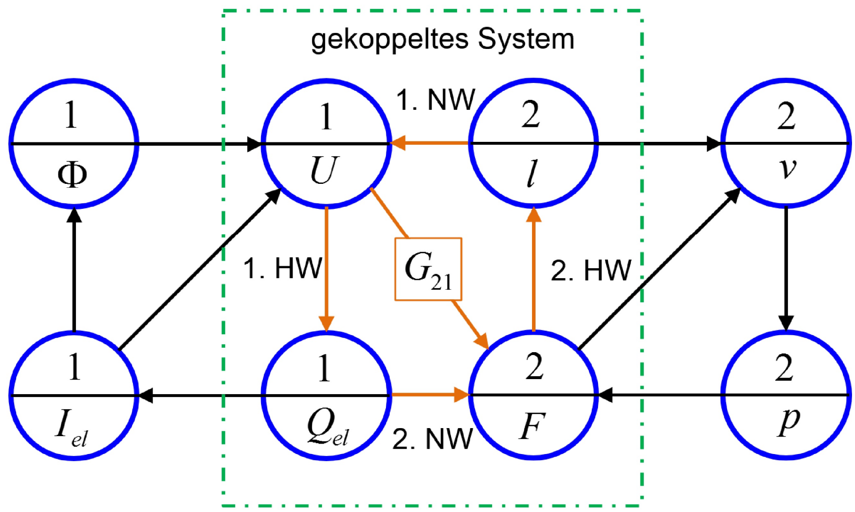
zweite gemischte Ableitung
$$\frac{d}{dl}\left(\frac{d}{dU}E_{M1}(U,l)\right)$$

Schritt 1 - Ableitung nach U
$$\frac{d}{dl}E_{M1}(U,l)=\frac{A\cdot U\cdot\varepsilon}{l}$$

Schritt 2 - Ableitung nach l
$$\frac{d}{dl}\left(\frac{A\cdot U\cdot\varepsilon}{l}\right)=-\frac{A\cdot U\cdot\varepsilon}{l^2}$$

Koppelfaktor K12=G12
$$\left(K_{12}\right)_U=-C_{el}\cdot E$$

1.3 Wandlerparameter



Kopplung der Speicher C_1 und L_2 - gyratorisches Wandlerprinzip
(U proportional F)

Wandlerparameter G_{21}

$$\left(G_{21}\right)_l = \left(K_{21}\right)_l = -C_{el} \cdot E$$

Wandlerparameter G_{12} (reziprok)

$$\left(G_{12}\right)_U = \left(K_{12}\right)_U = -C_{el} \cdot E$$

Wandlermatrix (Gyrator)

$$G = \begin{bmatrix} 0 & -C_{el} \cdot E \\ -C_{el} \cdot E & 0 \end{bmatrix}$$

Gyrator

$$\begin{bmatrix} I_{el} \\ F \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{11} & G_{12} \\ G_{21} & G_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U \\ v \end{bmatrix}$$

$$I_{el} = G_{11} \cdot U + G_{12} \cdot v$$

$$F = G_{21} \cdot U + G_{22} \cdot v$$

Wandlerkraft für kleine Auslenkungen

$$F = G_{21} \cdot U = \left(-C_{el} \cdot E\right)_l \cdot U$$