Prof. Dr.-Ing. habil. Jörg Grabow
| RC-Glied
02.05.2023

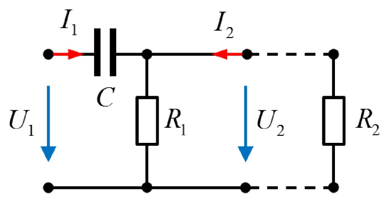
Modellbildung mechatronischer Systeme (MMS)

Mechatronische Wandler

Elementarnetzwerke

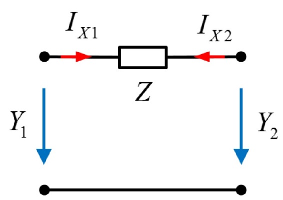
Annahmen

RC-Glied als Zweitor aus der Aufgabenstellung:



Zerlegung in Elementarnetzwerke (Teilaufgabe 1)

Elementarnetzwerk 1



Netzwerkparameter

$$G_{11} = \left(\frac{I_{X1}}{Y_1}\right)_{Y_2=0} = \frac{1}{Z}$$

$$G_{12} = \left(\frac{I_{X1}}{Y_2}\right)_{Y_1=0} = -\frac{1}{Z}$$

Symmetrie

$$G_{11} = G_{22}$$

$$G_{12} = G_{21}$$

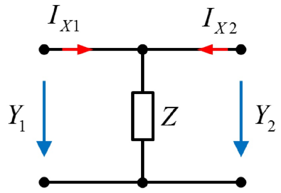
Leitwertmatrix G

$$G = \begin{bmatrix} \frac{1}{Z} & -\frac{1}{Z} \\ -\frac{1}{Z} & \frac{1}{Z} \end{bmatrix}$$

Kettenmatrix (A-Matrix)

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & Z \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Elementarnetzwerk 2



Netzwerkparameter

$$Z_{11} = \left(\frac{Y_1}{I_{X1}}\right)_{I_{X2}=0} = Z$$

$$Z_{12} = \left(\frac{Y_1}{I_{X2}}\right)_{I_{X2}=0} = Z$$

Symmetrie

$$Z_{11} = Z_{22}$$

$$Z_{12} = Z_{21}$$

Impedanzmatrix Z

$$Z = \begin{bmatrix} Z & Z \\ Z & Z \end{bmatrix}$$

Kettenmatrix (A-Matrix)

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z} & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Gesamtsystem aus Teilaufgabe 2

Produkt beider Kettenmatrizen

$$A = A_1 \cdot A_2$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & Z_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 + \frac{Z_1}{Z_2} & Z_1 \\ \frac{1}{Z_2} & 1 \end{bmatrix}$$

Gleichungssystem des Gesamtsystems

$$U_1 = A_{11} \cdot U_2 + A_{12} \cdot I_2$$

$$I_1 = A_{21} \cdot U_2 + A_{22} \cdot I_2$$

Voraussetzung laut Aufgabenstellung

$$I_2 = 0$$

$$U_1 = A_{11} \cdot U_2$$

Übertragungsverhalten

$$\left(\frac{U_2}{U_1}\right)_{I_2=0} = \frac{1}{A_{11}}$$

Lösung für Teilaufgabe 3

Übertragungsverhalten
$$\left(\frac{U_2}{U_1}\right)_{I_2=0} = \frac{1}{1+\frac{Z_1}{Z_2}}$$

Elementarnetzwerk 1
$$Z_1 = R_1$$

Elementarnetzwerk 2
$$Z_2 = \frac{1}{j\omega \cdot C}$$

Übertragungsverhalten
$$\left(\frac{U_2}{U_1}\right)_{I_2=0} = \frac{1}{1+\frac{R_1}{\frac{1}{j\omega \cdot C}}} = \frac{1}{1+j\omega \cdot R_1 C}$$

Lösung für Teilaufgabe 4

Gleichungssystem des Gesamtsystems
$$U_1 = A_{11} \cdot U_2 + A_{12} \cdot I_2$$
$$I_1 = A_{21} \cdot U_2 + A_{22} \cdot I_2$$

Last
$$I_2 = \frac{U_2}{R_2}$$
$$I_1 = A_{21} \cdot U_2 + A_{22} \cdot \frac{U_2}{R_2}$$

Ausgangsspannung
$$U_2 = \frac{R_2 \cdot U_1}{A_{11} \cdot R_2 + A_{12}}$$

A-Parameter
$$A_{12} = R_1$$
$$A_{11} = 1 + \frac{Z_1}{Z_2} = 1 + \frac{R_1}{\frac{1}{j\omega \cdot C}}$$

Übertragungsverhalten unter Last
$$\left(\frac{U_2}{U_1}\right)_{R_2} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot j\omega \cdot C + R_2 + R_1}$$

Lösung für Teilaufgabe 5

Eingangsspannung	$U_1 := 5\ V$
Frequenz	$f := 1\ kHz$
Widerstände	$R_1 := 1\ k\Omega \qquad R_2 := 500\ \Omega$
Kapazität	$C := 1\ \mu F$
Kreisfrequenz	$\omega := 2 \cdot \pi \cdot f$
Ausgangsspannung mit Last	$U_{2L} := \dfrac{R_2}{R_1 \cdot R_2 \cdot 1\mathrm{i}\ \omega \cdot C + R_2 + R_1} \cdot U_1$
Ausgangsspannung ohne Last	$U_2 := \dfrac{1}{1 + 1\mathrm{i}\ \omega \cdot R_1 \cdot C} \cdot U_1$

Ausgangsspannung mit Last $\left|U_{2L}\right| = 0.718\ V \qquad \arg\left(U_{2L}\right) = -64.477\ deg$

Ausgangsspannung ohne Last $\left|U_2\right| = 0.786\ V \qquad \arg\left(U_2\right) = -80.957\ deg$